



## IMPLEMENTASI PEWARNAAN GRAF MENGGUNAKAN ALGORITMA WELSH-POWELL PADA PETA INDONESIA

Rizky Hariyani<sup>1</sup>, Muhamad Ali Misri<sup>2✉</sup>, Hendri Handoko<sup>3</sup>

### Info Artikel

#### Article History:

Received May 2024

Revised November 2024

Accepted December 2024

#### Keywords:

Graph Coloring,

Welsh-Powell Algorithm,

Indonesian Map.

#### How to Cite:

Hariyani, R., Misri, M. A.,

& Handoko, H. (2024).

Implementasi Pewarnaan

Graf Menggunakan

Algoritma Welsh-Powell

pada Peta Indonesia. *Jurnal*

*Silogisme: Kajian Ilmu*

*Matematika dan*

*Pembelajarannya*, 9 (2),

halaman (94-103).

### Abstrak

Sebuah peta dikatakan ideal jika dilengkapi dengan pewarnaan wilayah sehingga dapat dengan mudah dipahami oleh pembaca. Pewarnaan peta lebih efektif jika dapat memberikan warna seminimum mungkin agar wilayah-wilayah yang berbatasan dapat diberikan warna yang berbeda. Pewarnaan peta yang seperti ini dapat diselesaikan dengan pewarnaan graf. Algoritma Welsh-Powell dapat digunakan untuk mewarnai simpul pada graf sehingga mampu memberikan jumlah warna minimum. Selain itu, algoritma Welsh-Powell juga dapat menentukan wilayah strategis dari sebuah peta atau wilayah. Penelitian ini menggunakan desain studi pustaka dilakukan dengan mengkaji berbagai sumber referensi yang berkaitan dengan pewarnaan graf. Tujuan penelitian yaitu untuk mengetahui implementasi algoritma Welsh-Powell dalam pewarnaan graf pada peta Indonesia, jumlah warna minimum untuk mewarnai peta Indonesia, dan wilayah provinsi yang paling strategis di Indonesia. Penelitian ini menghasilkan sebuah peta dengan tata warna minimum berjumlah 4 warna, yakni merah, biru, kuning, dan hijau dengan bilangan kromatik  $\chi(G) = 4$ . Pewarnaan peta Indonesia menggunakan algoritma Welsh-Powell menghasilkan wilayah Provinsi Jambi sebagai provinsi strategis karena memiliki derajat tertinggi, yaitu 6 atau  $d(v_6) = 6$ .

### Abstract

A map is said to be ideal if it is equipped with regional coloring so that it can be easily understood by readers. Map coloring is more effective if it can provide the minimum possible color so that bordering areas can be given different colors. Map coloring like this can be completed using graph coloring. The Welsh-Powell algorithm can be used to color vertices in a graph so that it can provide the minimum number of colors. Apart from that, the Welsh-Powell algorithm can also determine strategic areas on a map or region. This research uses a literature review study design was carried out by reviewing various reference sources related to graph coloring. The aim of the research is to determine the implementation of the Welsh-Powell algorithm in coloring graphs on Indonesian maps, the minimum number of colors to color Indonesian maps, and the most strategic provincial areas in Indonesia. This research produces a map with a minimum color scheme of 4 colors, namely red, blue, yellow and green with chromatic number  $\chi(G) = 4$ . Coloring the Indonesian map using the Welsh-Powell algorithm produces the Jambi Province as a strategic province because it has the highest degree, namely 6 or  $d(v_6) = 6$ .

## PENDAHULUAN

Sejak disahkannya Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2012 Tentang Pembentukan Provinsi Kalimantan Utara, Indonesia memiliki 34 provinsi. Pada tahun 2022, pulau Papua yang semula hanya memiliki dua provinsi, yaitu provinsi Papua serta Papua Barat, mengalami pemekaran menjadi enam provinsi. Sejak disahkannya Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 29 Tahun 2022 tentang Pembentukan Provinsi Papua Barat Daya, saat ini Indonesia memiliki 38 provinsi. Adanya pemekaran provinsi di pulau Papua, tentunya menyebabkan batas-batas antarprovinsi di pulau Papua pun berubah. Akibatnya, diperlukan adanya pelukisan peta Indonesia yang baru.

Berdasarkan pengamatan yang telah peneliti lakukan, belum banyak tersedia peta Indonesia dengan 38 provinsi di buku ajar maupun internet. Bahkan pada aplikasi layanan pemetaan web yang dikembangkan oleh Google, Google Maps (Qomaruddin et al., 2017), yang dipakai hampir di seluruh dunia. Pada negara Indonesia, masih terdapat 34 provinsi, yang artinya belum ada pembaruan terkait perbatasan wilayah provinsi di Indonesia terbaru pada aplikasi tersebut.

Indonesia pernah beberapa kali memindahkan ibu kota negaranya. Beberapa kota yang pernah menjadi ibu kota Indonesia, yakni Jakarta, Yogyakarta, dan Bukittinggi (Hutasoit, 2018). Upaya pemindahan ibu kota negara yang semula di Jakarta menjadi di pulau Kalimantan tentunya menjadi topik yang menarik. Wacana terkait pemindahan tersebut rupanya sudah ada sejak kepemimpinan Presiden Soekarno, beliau sempat memikirkan ide tersebut ke kota Palangkaraya provinsi Kalimantan Tengah. Salah satu alasannya yaitu pulau Kalimantan merupakan pulau terbesar di Indonesia yang terletak di tengah-tengah gugusan pulau Indonesia (Yahya, 2018).

Desain data visual dikatakan efektif jika dapat membuat pembacanya menggunakan sistem visual yang kuat dalam memahami pola pada data dalam berbagai bidang. Desain visual yang tidak efektif dapat mengakibatkan kebingungan, kesalahpahaman, bahkan ketidakpercayaan bagi pembaca dengan literasi grafis yang rendah (Franconeri et al., 2021). Data visual berupa gambar dibutuhkan karena merupakan modal pertama dan utama untuk mengamati sesuatu (Soewardikoen, 2019).

Sebuah peta dikatakan ideal jika pembaca dapat memahami isi peta secara cepat dan tepat dengan adanya judul, skala, simbol, serta pewarnaan wilayah (Jufri & Agustiani, 2023). Pewarnaan pada peta penting untuk digunakan karena dapat memudahkan pembaca dalam mengenali wilayah-wilayah yang berbatasan langsung (Rahma et al., 2021). Pertimbangan penggunaan warna dapat menjadi lebih atau kurang efektif, bergantung pada keberagaman data yang diwakili serta kegunaannya dalam menginterpretasikan data (Schloss et al., 2019).

Jika sebuah peta hanya diwarnai dengan satu warna, maka pembaca kesulitan untuk membedakan wilayah yang saling berbatasan (Jufri & Agustiani, 2023). Akan tetapi jika peta diwarnai secara berlebihan, maka tidak efektif dan efisien (Rahma et al., 2021). Oleh karena itu, diperlukan penggunaan metode pewarnaan peta yang dapat memberikan warna seminimum mungkin agar wilayah-wilayah yang berbatasan dapat diberikan warna yang berbeda.

Dalam ilmu matematika, untuk memberikan warna pada peta dengan seluruh wilayah yang berbatasan diberi warna yang berbeda, dapat digunakan konsep matematika yaitu graf (Rusli & Sutopo, 2014). Sebuah peta dapat membentuk graf dual, berupa representasi graf bidang dari graf planar  $G$  (Afriantini et al., 2019). Graf dual dari sebuah peta dapat dibuat dengan merepresentasikan setiap wilayah pada peta sebagai simpul dan wilayah yang berbatasan langsung sebagai sisi.

Pewarnaan graf dapat memberikan warna yang berbeda pada setiap wilayah dengan penggunaan jumlah warna yang minimum (Maftukhah et al., 2020). Terdapat berbagai algoritma untuk melakukan pewarnaan graf, salah satunya yaitu algoritma Welsh-Powell (Aslan & Baykan, 2016). Algoritma Welsh-Powell cukup praktis dan efisien digunakan dalam pewarnaan simpul pada graf. Walaupun tidak selalu menghasilkan jumlah warna minimum, sehingga hanya cocok digunakan untuk graf berorde kecil (Ammar, 2019; Gani, 2018). Algoritma Welsh-Powell dapat digunakan untuk mewarnai peta, dengan merepresentasikan wilayah-wilayah pada peta sebagai simpul graf. Selain itu, algoritma Welsh-Powell

juga dapat menentukan wilayah strategis dari sebuah peta atau wilayah, yakni dengan melihat derajat tertinggi dari simpul-simpulnya (Ardianto et al., 2022).

Ammar (2019) menyatakan bahwa walaupun menggunakan dua algoritma yang berbeda, algoritma *Sequential* dan algoritma Welsh-Powell dapat dihasilkan warna minimum yang sama dalam mewarnai sebuah peta, yaitu empat warna. Lestari (2014) pada penelitiannya menyimpulkan bahwa penggunaan algoritma Welsh-Powell lebih efisien dibandingkan dengan algoritma *Greedy*. Qomaruddin, Bismi, dan Hariyanto (2022) menyarankan bagi peneliti berikutnya untuk melakukan pewarnaan wilayah pada sebuah pulau atau negeri dengan penerapan graf.

Tujuan penelitian yaitu untuk mengetahui implementasi algoritma Welsh-Powell dalam pewarnaan graf pada peta Indonesia, jumlah warna minimum untuk mewarnai peta Indonesia, dan wilayah provinsi yang paling strategis di Indonesia. Penelitian ini penting untuk dilakukan agar peta Indonesia dengan 38 provinsi memiliki pewarnaan yang lebih efektif. Selain itu, penelitian ini juga dapat memberikan informasi terkait wilayah provinsi strategis di Indonesia sehingga pemerintah dapat memusatkan pembangunan di provinsi tersebut.

## METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini yakni metode kualitatif. Penelitian ini menggunakan desain studi pustaka (*literature review*) dilakukan dengan mengkaji berbagai sumber referensi, seperti buku, skripsi, artikel jurnal, dan lainnya yang berkaitan dengan pewarnaan graf. Pewarnaan peta Indonesia dengan teori graf akan dianalisis menggunakan algoritma Welsh-Powell (Nasir et al., 2022).

Graf merupakan pasangan himpunan dengan notasi  $G = (V, E)$ , yang terdiri atas dua komponen, yaitu simpul dan sisi. Himpunan  $V = V(G)$ , himpunan tak kosong yang setiap elemennya disebut simpul-simpul (*vertices* atau *nodes*) yang digambarkan sebagai titik. Himpunan  $E = E(G)$ , himpunan (mungkin kosong) dari sisi-sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul dengan digambarkan sebagai garis (Daniel & Taneo, 2019; Rahma et al., 2021).

Simpul  $u$  dan  $v$  dikatakan bertetangga (*adjacent*) apabila ada sisi  $e = (u, v)$  yang menghubungkan dua simpul (Daniel & Taneo, 2019). Derajat (*degree*) dari simpul  $v$  pada  $G$  yaitu banyaknya sisi-sisi di  $G$  yang bersisian dengan  $v$ , dinotasikan  $d(v)$  (Buhaerah et al., 2022). Jumlah warna minimum yang digunakan dalam mewarnai  $G$  disebut bilangan kromatik  $k$  ( $k$  - *chromatic*), dilambangkan dengan  $\chi(G) = k$  (Meilani et al., 2016).

Graf planar digambarkan di bidang dengan setiap sisi-sisinya tidak saling berpotongan melainkan hanya berpotongan pada kedua simpulnya saja (Buhaerah et al., 2022). Graf dual  $G^*$  merupakan graf yang terbentuk dari graf planar  $G$  yang direpresentasikan berdasarkan aturan-aturan berikut:

1. Setiap wilayah  $f$  dari  $G$  direpresentasikan sebagai simpul  $f^*$  dari  $G^*$ .
2. Setiap sisi  $e$  dari  $G$  direpresentasikan sebagai sisi  $e^*$  dari  $G^*$ .
3. Hubungkan dua simpul  $f^*$  di  $G^*$  sehingga menjadi sisi-sisi  $e^*$  di  $G^*$  yang harus memotong sisi  $e$  di  $G$  (Himayati et al., 2023; Jofie et al., 2020; Mussafi, 2015).

Algoritma Welsh-Powell merupakan algoritma yang dapat digunakan untuk mewarnai simpul graf sedemikian sehingga tidak ada dua simpul yang bertetangga dengan warna yang sama serta jumlah warna yang digunakan minimum. Algoritma Welsh-Powell juga dapat menentukan wilayah strategis dari sebuah peta atau wilayah, dengan melihat derajat tertinggi dari sebuah simpul (Ardianto et al., 2022). Pewarnaan menggunakan algoritma Welsh-Powell dilakukan dengan langkah-langkah berikut:

1. Melabeli simpul-simpul graf kemudian mengurutkan simpul-simpul tersebut dari derajat tertinggi sampai terendah.
2. Memberikan warna pertama pada simpul dengan derajat tertinggi. Memberi warna yang sama untuk simpul-simpul yang belum diberi warna dan tidak bertetangga dengan simpul-simpul yang sudah diwarnai.

3. Memberikan warna kedua dengan cara yang sama untuk simpul-simpul yang belum diberi warna.
4. Memberi warna ketiga, keempat, dan seterusnya sampai seluruh simpul sudah diberi warna
5. Selesai (Ammar, 2019; Sunarni et al., 2018).

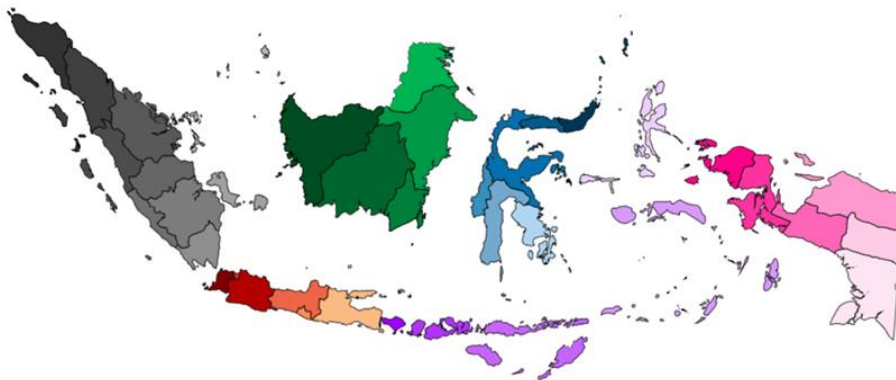
Setelah pewarnaan graf menggunakan algoritma Welsh-Powell selesai dilakukan. Selanjutnya wilayah provinsi di Indonesia yang direpresentasikan oleh simpul-simpul graf akan diwarnai berdasarkan pewarnaan yang telah dilakukan. Data peta Indonesia yang akan digunakan berasal dari internet yang dapat diakses melalui *link* berikut ([www.mapchart.net](http://www.mapchart.net)).

## HASIL

### Pewarnaan Peta Indonesia Menggunakan Algoritma Welsh-Powell

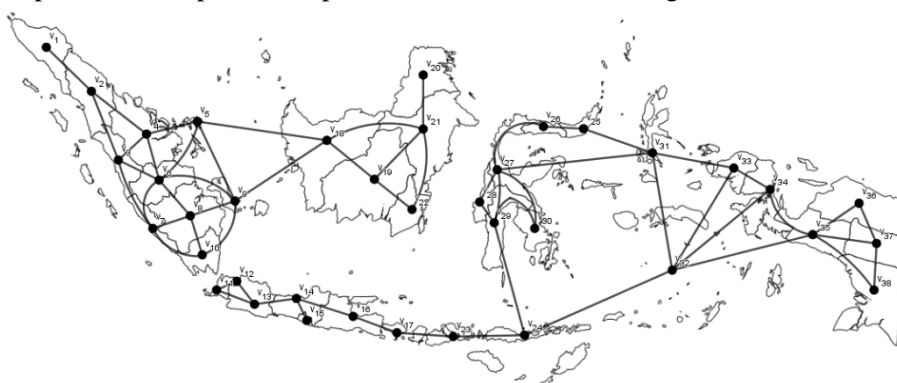
#### *Representasi Wilayah Provinsi di Indonesia dalam Bentuk Graf*

Gambar 1 memperlihatkan peta Indonesia dengan pewarnaan yang kurang efektif karena memiliki jumlah warna maksimum walaupun antarwilayah yang berbatasan dapat terlihat jelas. Peta Indonesia pada Gambar 1 diwarnai dengan 38 warna yang berbeda. Peta Indonesia akan diwarnai ulang menggunakan algoritma Welsh-Powell sehingga memiliki pewarnaan yang efektif.



Gambar 1. Peta Indonesia

Peta Indonesia direpresentasikan dalam bentuk graf dual. Simpul graf direpresentasikan oleh 38 provinsi di Indonesia dan sisi graf direpresentasikan oleh wilayah-wilayah provinsi yang berbatasan langsung secara darat. Sedangkan untuk provinsi-provinsi yang tidak berbatasan langsung secara darat dengan provinsi manapun, maka sisi graf direpresentasikan oleh wilayah-wilayah provinsi yang berbatasan langsung secara laut dengan maksimal jarak antarbatas dua provinsi terdekat yaitu 250 km. Gambar 2 memperlihatkan representasi peta Indonesia dalam bentuk graf dual.

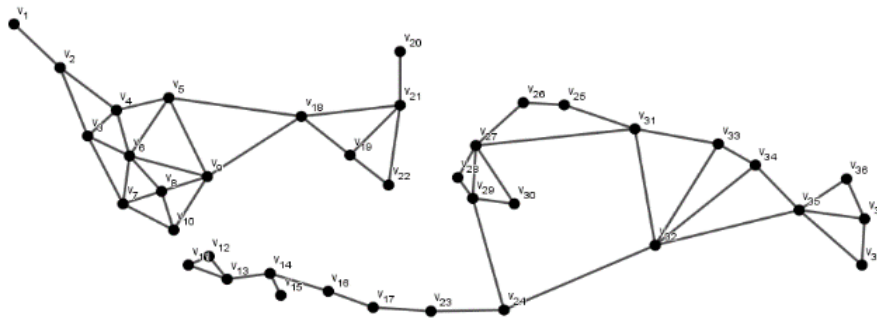


Gambar 2. Representasi Peta Indonesia dalam Graf Dual

#### *Graf Dual Peta Indonesia*

Berdasarkan Gambar 3, peta Indonesia direpresentasikan sebagai sebuah graf yang setiap simpulnya memiliki tetangga yang menentukan derajat masing-masing simpul tersebut. Simpul-simpul

tersebut selanjutnya akan diwarnai menggunakan algoritma Welsh-Powell. Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam memberi warna simpul-simpul yakni.



Gambar 3. Graf Dual Peta Indonesia

**Pewarnaan Peta pada Peta Indonesia Menggunakan Algoritma Welsh-Powell**

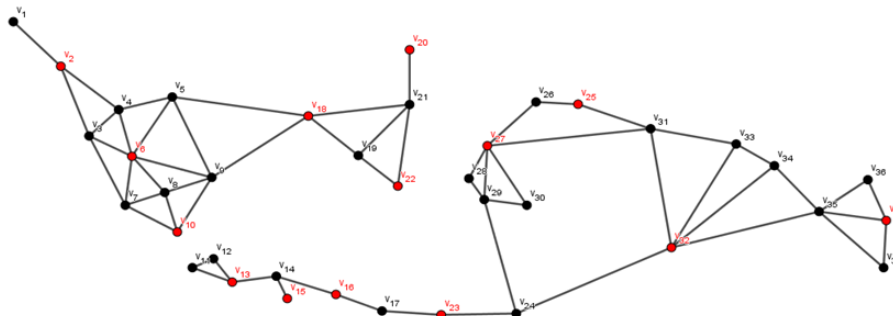
*Pertama*, melabeli simpul-simpul dan mengurutkan simpul-simpul berdasarkan derajatnya, yakni dari derajat tertinggi sampai derajat terendah. Pada Tabel 1 terlihat provinsi-provinsi di Indonesia beserta simpul-simpul graf yang mewakilinya. Simpul-simpul disertai tetangga dan derajat yang telah diurutkan dari derajat tertinggi hingga terendah.

Tabel 1. Provinsi-provinsi di Indonesia beserta Representasi Simpul, Tetangga, dan Derajatnya

No.	Provinsi	Simpul	Tetangga	Derajat
1.	Aceh	$v_6$	$v_3, v_4, v_5, v_7, v_8, v_9$	6
2.	Sumatera Utara	$v_9$	$v_5, v_6, v_8, v_{10}, v_{18}$	5
3.	Sumatera Barat	$v_{27}$	$v_{26}, v_{28}, v_{29}, v_{30}, v_{31}$	5
4.	Riau	$v_{32}$	$v_{24}, v_{31}, v_{33}, v_{34}, v_{35}$	5
5.	Kepulauan Riau	$v_{35}$	$v_{32}, v_{34}, v_{36}, v_{37}, v_{38}$	5
6.	Jambi	$v_3$	$v_2, v_4, v_6, v_7$	4
7.	Bengkulu	$v_4$	$v_2, v_3, v_5, v_6$	4
8.	Sumatera Selatan	$v_5$	$v_4, v_6, v_9, v_{18}$	4
9.	Kepulauan Bangka Belitung	$v_7$	$v_3, v_6, v_8, v_{10}$	4
10.	Lampung	$v_8$	$v_6, v_7, v_9, v_{10}$	4
11.	Banten	$v_{18}$	$v_5, v_9, v_{19}, v_{21}$	4
12.	DKI Jakarta	$v_{21}$	$v_{18}, v_{19}, v_{20}, v_{22}$	4
13.	Jawa Barat	$v_{29}$	$v_{24}, v_{27}, v_{28}, v_{30}$	4
14.	Jawa Tengah	$v_{31}$	$v_{25}, v_{27}, v_{32}, v_{33}$	4
15.	DI Yogyakarta	$v_2$	$v_1, v_3, v_4$	3
16.	Jawa Timur	$v_{10}$	$v_7, v_8, v_9$	3
17.	Bali	$v_{13}$	$v_{11}, v_{12}, v_{14}$	3
18.	Kalimantan Barat	$v_{14}$	$v_{13}, v_{15}, v_{16}$	3
19.	Kalimantan Tengah	$v_{19}$	$v_{18}, v_{21}, v_{22}$	3
20.	Kalimantan Utara	$v_{24}$	$v_{23}, v_{29}, v_{32}$	3
21.	Kalimantan Timur	$v_{33}$	$v_{31}, v_{32}, v_{34}$	3
22.	Kalimantan Selatan	$v_{34}$	$v_{32}, v_{33}, v_{35}$	3
23.	Nusa Tenggara Barat	$v_{37}$	$v_{35}, v_{36}, v_{38}$	3
24.	Nusa Tenggara Timur	$v_{11}$	$v_{12}, v_{13}$	2
25.	Sulawesi Utara	$v_{12}$	$v_{11}, v_{13}$	2
26.	Gorontalo	$v_{16}$	$v_{14}, v_{17}$	2
27.	Sulawesi Tengah	$v_{17}$	$v_{16}, v_{23}$	2
28.	Sulawesi Barat	$v_{22}$	$v_{19}, v_{21}$	2
29.	Sulawesi Selatan	$v_{23}$	$v_{17}, v_{24}$	2
30.	Sulawesi Tenggara	$v_{25}$	$v_{26}, v_{31}$	2
31.	Maluku Utara	$v_{26}$	$v_{25}, v_{27}$	2
32.	Maluku	$v_{28}$	$v_{27}, v_{29}$	2
33.	Papua Barat Daya	$v_{30}$	$v_{27}, v_{28}$	2
34.	Papua Barat	$v_{36}$	$v_{35}, v_{37}$	2
35.	Papua Tengah	$v_{38}$	$v_{35}, v_{37}$	2
36.	Papua	$v_1$	$v_2$	1
37.	Papua Pegunungan	$v_{15}$	$v_{14}$	1
38.	Papua Selatan	$v_{20}$	$v_{21}$	1

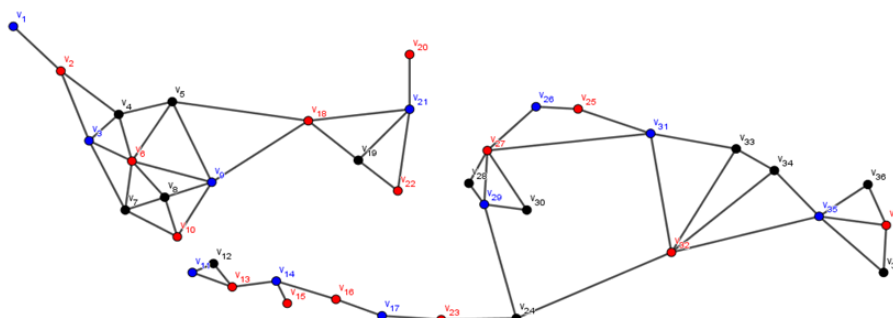


*Kedua*, memberi warna merah sebagai warna pertama pada simpul dengan derajat tertinggi. Berdasarkan Tabel 1, derajat simpul tertinggi yaitu  $v_6$  dengan derajat 6. Selanjutnya pewarnaan dilakukan untuk simpul-simpul yang tidak bertetangga dengan  $v_6$  berdasarkan urutan derajat tertinggi pada Tabel 1. Simpul yang memiliki warna merah yaitu simpul  $v_6, v_{27}, v_{32}, v_{18}, v_2, v_{10}, v_{13}, v_{37}, v_{16}, v_{22}, v_{23}, v_{25}, v_{15}$ , dan  $v_{20}$ . Tahap pertama pewarnaan graf terlihat pada Gambar 4.



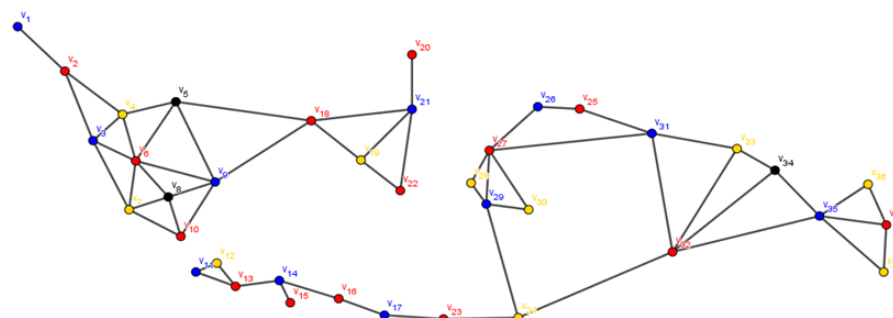
Gambar 4. Tahap Pertama Pewarnaan Graf Peta Indonesia

*Ketiga*, memberikan warna kedua yakni warna biru pada simpul yang belum memiliki warna dengan cara yang sama. Berdasarkan Tabel 1, simpul dengan derajat tertinggi berikutnya yaitu simpul  $v_9$  dengan derajat 5. Selanjutnya pewarnaan dilakukan untuk simpul-simpul yang tidak bertetangga dengan  $v_9$  berdasarkan urutan derajat tertinggi pada Tabel 1. Simpul yang memiliki warna biru yaitu simpul  $v_9, v_{35}, v_3, v_{21}, v_{29}, v_{31}, v_{14}, v_{11}, v_{17}, v_{26}$ , dan  $v_1$ . Tahap kedua pewarnaan graf terlihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Tahap Kedua Pewarnaan Graf Peta Indonesia

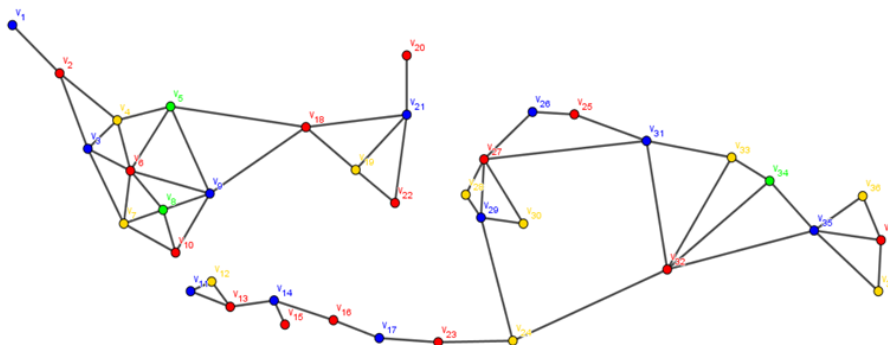
*Keempat*, memberikan warna ketiga yakni warna kuning pada simpul yang belum memiliki warna dengan cara yang sama. Berdasarkan Tabel 1, simpul dengan derajat tertinggi berikutnya yaitu simpul  $v_4$  dengan derajat 4. Selanjutnya pewarnaan dilakukan untuk simpul-simpul yang tidak bertetangga dengan  $v_4$  berdasarkan urutan derajat tertinggi pada Tabel 1. Simpul yang memiliki warna kuning yaitu simpul  $v_4, v_7, v_{19}, v_{24}, v_{33}, v_{12}, v_{28}, v_{30}, v_{36}$ , dan  $v_{38}$ . Tahap ketiga pewarnaan graf terlihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Tahap Ketiga Pewarnaan Graf Peta Indonesia

*Kelima*, memberikan warna keempat yakni warna hijau pada simpul yang belum memiliki warna dengan cara yang sama. Berdasarkan Tabel 1, simpul dengan derajat tertinggi berikutnya yaitu simpul

$v_5$  dengan derajat 4. Selanjutnya pewarnaan dilakukan untuk simpul-simpul yang tidak bertetangga dengan  $v_5$  berdasarkan urutan derajat tertinggi pada Tabel 1. Simpul yang memiliki warna hijau yaitu simpul  $v_5, v_8,$  dan  $v_{34}$ . Tahap keempat pewarnaan graf terlihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Hasil Pewarnaan Graf Peta Indonesia

Gambar 7 menampilkan hasil akhir pewarnaan peta Indonesia menggunakan algoritma Welsh-Powell. Tabel 2 menunjukkan hasil pewarnaan simpul-simpul graf pada Gambar 7. Terdapat empat warna yang digunakan untuk mewarnai 38 simpul yang ada. Sebanyak 14 simpul berwarna merah, 11 simpul berwarna biru, 10 simpul berwarna kuning, dan 3 simpul berwarna hijau.

Tabel 2. Hasil Pewarnaan Simpul Peta Indonesia

No.	Simpul	Warna	No.	Simpul	Warna	No.	Simpul	Warna	No.	Simpul	Warna
1.	$v_6$	Merah	11.	$v_{18}$	Merah	21.	$v_{33}$	Kuning	31.	$v_{26}$	Biru
2.	$v_9$	Biru	12.	$v_{21}$	Biru	22.	$v_{34}$	Hijau	32.	$v_{28}$	Kuning
3.	$v_{27}$	Merah	13.	$v_{29}$	Biru	23.	$v_{37}$	Merah	33.	$v_{30}$	Kuning
4.	$v_{32}$	Merah	14.	$v_{31}$	Biru	24.	$v_{11}$	Biru	34.	$v_{36}$	Kuning
5.	$v_{35}$	Biru	15.	$v_2$	Merah	25.	$v_{12}$	Kuning	35.	$v_{38}$	Kuning
6.	$v_3$	Biru	16.	$v_{10}$	Merah	26.	$v_{16}$	Merah	36.	$v_1$	Biru
7.	$v_4$	Kuning	17.	$v_{13}$	Merah	27.	$v_{17}$	Biru	37.	$v_{15}$	Merah
8.	$v_5$	Hijau	18.	$v_{14}$	Biru	28.	$v_{22}$	Merah	38.	$v_{20}$	Merah
9.	$v_7$	Kuning	19.	$v_{19}$	Kuning	29.	$v_{23}$	Merah			
10.	$v_8$	Hijau	20.	$v_{24}$	Kuning	30.	$v_{25}$	Merah			

Pewarnaan simpul graf  $G$  merepresentasikan setiap provinsi di Indonesia, sebagai berikut:

1. Warna merah merepresentasikan Provinsi Sumatera Utara, Jambi, Lampung, Jawa Barat, DI Yogyakarta, Jawa Timur, Kalimantan Barat, Kalimantan Utara, Kalimantan Selatan, Nusa Tenggara Barat, Sulawesi Utara, Sulawesi Tengah, Maluku, dan Papua Pegunungan.
2. Warna biru merepresentasikan Provinsi Aceh, Sumatera Barat, Kepulauan Bangka Belitung, Banten, Jawa Tengah, Bali, Kalimantan Timur, Gorontalo, Sulawesi Selatan, Maluku Utara, dan Papua Tengah.
3. Warna kuning merepresentasikan Provinsi Riau, Bengkulu, DKI Jakarta, Kalimantan Tengah, Nusa Tenggara Timur, Sulawesi Barat, Sulawesi Tenggara, Papua Barat Daya, Papua, dan Papua Selatan.
4. Warna hijau merepresentasikan Provinsi Kepulauan Riau, Sumatera Selatan, dan Papua Barat.



Gambar 8. Pewarnaan Peta Indonesia Menggunakan Algoritma Welsh-Powell

### Jumlah Warna Minimum untuk Mewarnai Peta Indonesia dan Wilayah Provinsi Paling Strategis di Indonesia Berdasarkan Pewarnaan Graf Menggunakan Algoritma Welsh-Powell

Berdasarkan pewarnaan menggunakan algoritma Welsh-Powell yang telah dilakukan, pada Gambar 8 terlihat bahwa terdapat empat warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai 38 provinsi di Indonesia, sehingga graf  $G$  memiliki bilangan kromatik  $\chi(G) = 4$ . Pada Tabel 1 terlihat simpul yang memiliki derajat tertinggi yakni simpul  $v_6$ , dengan derajat 6 atau  $d(v_6) = 6$ . Simpul  $v_6$  mewakili wilayah Provinsi Jambi. Sehingga wilayah provinsi paling strategis yakni Provinsi Jambi.

## PEMBAHASAN

Sejak disahkannya Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 29 Tahun 2022 tentang Pembentukan Provinsi Papua Barat Daya, saat ini Indonesia memiliki 38 provinsi. Sudah 2 tahun sejak disahkannya undang-undang tersebut tetapi di internet masih belum banyak tersedia peta Indonesia dengan jumlah provinsi yang baru, yakni 38 provinsi. Artinya masih belum banyak pembaruan terkait peta Indonesia dengan jumlah provinsi terbaru.

Pewarnaan peta dikatakan efektif jika memiliki warna yang tidak berlebihan tetapi batas-batas wilayah dapat terlihat jelas. Artinya antara wilayah yang bersebelahan atau bertetangga, tidak memiliki warna yang sama. Peta Indonesia pada Gambar 1 memiliki pewarnaan yang kurang efektif. Meskipun batas-batas wilayahnya dapat terlihat jelas tetapi menggunakan jumlah warna maksimum, yaitu 38 warna.

Pewarnaan peta pada Gambar 8 menggunakan algoritma Welsh-Powell menghasilkan pewarnaan peta Indonesia yang lebih efektif. Peta yang dihasilkan memiliki jumlah warna minimum dengan wilayah yang berbatasan langsung memiliki warna yang berbeda sehingga batas-batas wilayahnya terlihat jelas. Warna minimum yang digunakan yakni empat warna, sehingga graf  $G$  memiliki bilangan kromatik  $\chi(G) = 4$ .

Indonesia pernah beberapa kali memindahkan ibu kota negaranya. Baru-baru ini Indonesia resmi memindahkan ibu kota negaranya yang semula di Daerah Khusus Ibukota Jakarta ke Ibu Kota Nusantara (IKN) di Provinsi Kalimantan Timur. Pemandahan ibu kota negara tentunya menjadikan ibu kota negara yang baru sebagai pusat pemerintahan dan pembangunan. Penetapan Provinsi Kalimantan Timur



sebagai ibu kota negara yang baru tentunya memiliki banyak pertimbangan, salah satunya karena letaknya yang strategis (Yahya, 2018).

Algoritma Welsh-Powell juga dapat digunakan untuk menentukan wilayah provinsi yang paling strategis dengan melihat derajat tertinggi dari simpulnya. Derajat simpul paling tinggi yakni simpul  $v_6$ , dengan derajat 6 atau  $d(v_6) = 6$  yang merepresentasikan Provinsi Jambi. Provinsi Jambi merupakan provinsi paling strategis sehingga diharapkan pemerintah ke depannya mampu memusatkan pembangunan di Provinsi Jambi.

## **SIMPULAN & SARAN**

### **Simpulan**

Pewarnaan peta menggunakan algoritma Welsh-Powell menghasilkan pewarnaan peta Indonesia yang lebih efektif karena memiliki jumlah warna minimum dan antarwilayah yang berbatasan langsung dapat terlihat jelas. Jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai peta Indonesia yakni empat warna, sehingga graf  $G$  memiliki bilangan kromatik  $\chi(G) = 4$ . Derajat simpul paling tinggi yakni simpul  $v_6$ , dengan derajat 6 atau  $d(v_6) = 6$  yang merepresentasikan Provinsi Jambi. Oleh karena itu, berdasarkan pewarnaan graf menggunakan algoritma Welsh-Powell, Provinsi Jambi merupakan wilayah provinsi paling strategis di Indonesia.

### **Saran**

Saran untuk penelitian selanjutnya yakni menggunakan pewarnaan graf pada peta Indonesia menggunakan algoritma berbeda atau batasan-batasan yang lebih luas.

## **DAFTAR RUJUKAN**

- Afriantini, A., Helmi, H., & Fran, F. (2019). Pewarnaan Simpul, Sisi, Wilayah pada Graf dan Penerapannya. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, 8(4), 773–782. <https://doi.org/10.26418/bbimst.v8i4.36037>
- Ammar, M. (2019). Implementasi Algoritma Sequential dan Welch Powell pada Pewarnaan Graf (Studi Kasus Pewarnaan Peta Kota Makassar). *Jurnal Varian*, 3(1), 28–35. <https://doi.org/10.30812/varian.v3i1.488>
- Ardianto, S., Monim, H. O. L., Widjajanti, T., & Sesa, J. (2022). Aplikasi Pewarnaan Graf dalam Penentuan Distrik yang Strategis di Kabupaten Manokwari dengan Algoritma Welch Powell. *Prosiding Seminar Nasional MIPA UNIPA*, 126–141. <https://doi.org/10.30862/psnmu.v7i1.18>
- Aslan, M., & Baykan, N. A. (2016). A Performance Comparison of Graph Coloring Algorithms. *International Journal of Intelligent Systems and Applications in Engineering (IJISAE)*, 4(Special Issue), 1–7.
- Buhaerah, B., Busrah, Z., & Sanjaya, H. (2022). *Teori Graf dan Aplikasinya* (Pertama). Living Spiritual Quotient.
- Daniel, F., & Taneo, P. N. L. (2019). *Teori Graf*. Deepublish.
- Franconeri, S. L., Padilla, L. M., Shah, P., Zacks, J. M., & Hullman, J. (2021). The Science of Visual Data Communication: What Works. *Psychological Science in The Public Interest*, 22(3), 110–161. <https://doi.org/10.1177/15291006211051956>
- Gani, R. R. (2018). *Penerapan Pewarnaan Titik pada Graf untuk menyusun Jadwal Pelajaran (Studi Kasus MI Al Wathoniyah 02 Semarang)*. Universitas Negeri Semarang.
- Himayati, A. I. A., Firdaus, E. M., & Findasari, F. (2023). Pewarnaan Graf pada Peta Wilayah Kota Semarang dengan Algoritma Greedy. *Jurnal Ilmu Komputer Dan Matematika*, 4(1), 9–16.
- Hutasoit, W. L. (2018). Analisa Pemandangan Ibukota Negara. *Dedikasi: Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat*, 19(2), 108–128. <https://doi.org/10.31293/ddk.v39i2.3989>
- Jofie, M. Z., Bahri, S., & Baqi, A. I. (2020). Aplikasi Algoritma Greedy untuk Pewarnaan Wilayah pada

- Peta Kota Padang Berbasis Teorema Empat Warna. *Jurnal Matematika UNAND*, 9(4), 294–301. <https://doi.org/10.25077/jmu.9.4.294-301.2020>
- Jufri, K. Al, & Agustiani, R. (2023). Implementasi Algoritma Greedy pada Pewarnaan Wilayah Peta Kecamatan Gelumbang Muara Enim. *DJMA: Diophantine Journal of Mathematics and Its Applications*, 2(1), 37–44. <https://doi.org/10.33369/diophantine.v2i01.28347>
- Lestari, R. M. A. (2014). *Perbandingan Algoritma Welch Powell dengan Algoritma Greedy pada Pewarnaan Peta Provinsi Sumatera Utara*. Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
- Maftukhah, U., Amiroch, S., & Pradana, M. S. (2020). Implementasi Algoritma Greedy pada Pewarnaan Wilayah Kecamatan Sukodadi Lamongan. *UJMC: Unisa Journal of Mathematics and Computer Science*, 6(2), 29–38. <https://doi.org/doi.org/10.52166/ujmc.v6i2.2391>
- Meilani, S., Permasari, Y., & Sukarsih, I. (2016). Pewarnaan Titik pada Graf Menggunakan Algoritma Baris dan Implementasinya dalam Matlab. *Prosiding Matematika*, 2(1), 1–4. <https://doi.org/10.29313/.v0i0.2712>
- Mussafi, N. S. M. (2015). Penerapan Greedy Coloring Algorithm pada Peta Kotamadya Yogyakarta berbasis Four-colour Theorem. *Kaunia: Integration Dan Interconnection Islam and Science Journal*, 11(1), 19–26.
- Nasir, A. M., Faisal, F., & Setyawan, D. (2022). Optimalisasi Penjadwalan Mata Kuliah Menggunakan Teori Pewarnaan Graf. *Proximal: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 5(1), 57–69. <https://doi.org/10.30605/proximal.v5i1.1398>
- Qomaruddin, M., Alawy, M. T., & Sugiono, S. (2017). Perancangan Aplikasi Penentu Rute Terpendek Perjalanan Wisata di Kabupaten Jember Menggunakan Algoritma Dijkstra. *Science Electro*, 6(2), 31–39.
- Qomaruddin, M., Bismi, W., & Hariyanto, D. (2022). Pewarnaan Graf pada Peta Provinsi Jawa Barat menggunakan Algoritma Welch-Powell. *Justin: Jurnal Sistem Dan Teknologi Informasi*, 10(2), 258–263. <https://doi.org/10.26418/justin.v10i2.53829>
- Rahma, A. N., Rahmawati, R., & Zukrianto, Z. (2021). Aplikasi Pewarnaan Graf pada Peta Provinsi Riau menggunakan Algoritma Greedy. *Square: Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 3(1), 41–55. <https://doi.org/10.21580/square.2021.3.1.7410>
- Rusli, M., & Sutopo, H. (2014). Pengembangan Aplikasi Pewarnaan Graf Berbasis Multimedia pada Mata Kuliah Matematika Diskrit. *Kalbi Scientia: Jurnal Sains Dan Teknologi*, 1(1), 1–12.
- Schloss, K. B., Gramazio, C. C., Silverman, A. T., Parker, M. L., & Wang, A. S. (2019). Mapping Color to Meaning in Colormap Data Visualizations. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 25(1), 810–819. <https://doi.org/10.1109/TVCG.2018.2865147>
- Sunarni, T., Bendi, R. K. J., & Alfian, A. (2018). Penerapan Teknik Pewarnaan Simpul Graf pada Permasalahan Jadwal Kuliah. *Prosiding Ritektra*, 83–91.
- Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2012 tentang Pembentukan Provinsi Kalimantan Utara.
- Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 29 Tahun 2022 tentang Pembentukan Provinsi Papua Barat Daya.
- Yahya, H. M. (2018). Pindahan Ibu Kota Negara Maju dan Sejahtera. *Jurnal Studi Agama dan Masyarakat*, 14(1), 21–30. <https://doi.org/10.23971/jsam.v14i1.779>