



## PERAN KEYAKINAN DALAM BERPIKIR INTUITIF KETIKA MEMECAHKAN MASALAH MODUS TOLLENS

Purna Bayu Nugroho<sup>1✉</sup>, Puguh Darmawan<sup>2</sup>, Badawi<sup>3</sup>

### Info Artikel

#### Article History:

Received November 2021

Revised December 2021

Accepted December 2021

#### Keywords:

*belief, modus tollens, dual process theory, problem solving*

#### How to Cite:

Nugroho, P. B., Darmawan, P., & Badawi. (2020). Peran Keyakinan dalam Berpikir Intuitif Ketika Memecahkan Masalah Modus Tollens. *Jurnal Silogisme: Kajian Ilmu Matematika dan Pembelajarannya*, 6 (2), halaman (16-27).

### Abstrak

Penelitian ini bertujuan mengkaji kasus pemecahan masalah modus tollens yang berkaitan dengan keyakinan. Penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan jenis studi kasus. Kasus yang dikaji dalam penelitian ini adalah kasus kolektif. Subjek penelitian adalah tiga mahasiswa Pendidikan matematika yang telah belajar logika matematika. Instrumen penelitian ini adalah Peneliti, masalah modus tollens, rubrik indikator, lembar validasi, buku catatan dan pedoman wawancara. Hasil penelitian ini adalah proses mental yang terkategori menjadi tiga dalam pemecahan masalah modus tollens. Tiga kategori proses mental itu adalah *logic beyond belief*, *belief surrounds thinking 1*, dan *belief surrounds thinking 2*. Karakteristik *logic beyond belief* adalah menghasilkan jawaban benar dengan alasan benar, keyakinan terkontrol oleh sistem. Karakteristik *belief surrounds thinking 1* adalah menghasilkan jawaban benar dengan alasan salah, mengubah jawaban berdasarkan keyakinan. Karakteristik *belief surrounds thinking 2* adalah menghasilkan jawaban salah dengan alasan salah berdasarkan keyakinan.

### Abstract

*This study aims to examine cases of solving the modus tollens problem related to belief. This research is a qualitative-research with a case study type. The case studied in this study is a collective case. The research subjects were three mathematics education students who had studied mathematical logic. The research instrument is the researcher, the problem of the tollens mode, the indicator rubric, the validation sheet, the note book and the interview guide. The results of this study are mental processes that are categorized into three in solving the modus tollens problem. The three categories of mental processes are logic beyond belief, belief surrounds thinking 1, and belief surrounds thinking 2. Characteristics of logic beyond belief are producing correct answers with right reasons, belief controlled by the system. Characteristics of belief surrounds thinking 1 is producing correct answers with wrong reasons, changing answers based on beliefs. The characteristic of belief surrounds thinking 2 is to produce wrong answers with wrong reasons based on beliefs.*

## PENDAHULUAN

Masalah matematika merupakan masalah yang dapat dipecahkan dengan melibatkan sikap skeptis dalam pencarian kebenaran solusi (Nugroho et al., 2018) dan beberapa keterampilan (keterampilan berpikir kritis, dan kreatif) serta ilmu matematika. Ilmu matematika mempelajari banyak hal yang salah satunya adalah logika matematika. Logika matematika merupakan materi dasar dalam matematika (Bago & De Neys, 2017; NCTM, 2000). Seluruh konsep matematika dilandasi logika matematika (NCTM, 2009). Untuk itu, penguasaan terhadap logika matematika sangatlah penting terutama bagi mahasiswa Pendidikan matematika. Dalam logika matematika mahasiswa diantaranya belajar mengenai pernyataan tunggal dan pernyataan majemuk. Pernyataan adalah kalimat yang bernilai benar atau salah, namun tidak keduanya (NCTM, 2000, 2009; Sukirman, 2019). Kalimat hubung itu diantaranya adalah dan, atau, tapi. Pernyataan majemuk yang memuat kata hubung dan disebut konjungsi. Sementara pernyataan majemuk yang memuat kata hubung atau disebut disjungsi (NCTM, 2000; Sukirman, 2019). Apabila  $p$  dan  $q$  dianggap sebagai dua pernyataan tunggal berbeda maka konjungsinya disimbolkan  $p \wedge q$ . Sementara itu, disjungsinya disimbolkan  $p \vee q$ . Lebih jauh, belajar pernyataan majemuk dianggap lebih sulit daripada belajar pernyataan tunggal karena pernyataan majemuk paling sediki terdiri dari dua pernyataan tunggal dengan kalimat hubung tertentu sehingga lebih kompleks.

Modus kesulitan mahasiswa dalam belajar logika matematika tidak terjadi dalam belajar pernyataan majemuk. Akan tetapi, modus kesulitan itu terjadi ketika mahasiswa belajar mengenai argumen matematika (Durning et al., 2015; NCTM, 2009; Trippas et al., 2016). Argumen matematika adalah kumpulan pernyataan yang mendukung suatu kesimpulan (Gillies, 2019; Rohilla, 2021; Sukirman, 2019; Usó-Doménech & Nescolarde-Selva, 2019). Salah satu kesulitan mahasiswa ketika belajar argumen matematika terjadi pada modus tollens (Handley & Trippas, 2015; Trippas et al., 2016).

Trippas et al., (2016) mengkaji kesulitan siswa sekolah menengah ketika memecahkan masalah modus tollens valid dan modus tollens tidak valid. Hasil penelitian itu menunjukkan bahwa siswa sekolah menengah tidak mampu membedakan bentuk modus tollens valid dengan bentuk modus tollens tidak valid. Akan tetapi, penelitian tersebut tidak mengkaji lebih jauh penyebab siswa sekolah menengah tidak mampu membedakan kedua bentuk modus tollens tersebut. Penelitian-penelitian yang mengkaji pemecahan masalah logika matematika umumnya dilakukan pada jenjang sekolah menengah. Penelitian-penelitian itu diantaranya dilakukan Gillies (2019), Podnieks (2017), Rohilla (2021), Trippas et al., (2016), Usó-Doménech & Nescolarde-Selva (2019). Lebih jauh, kajian mendalam terhadap penyebab kesulitan itu justru lebih penting daripada penelitian yang mengkaji kuantitas siswa yang mampu menjawab benar dan yang menjawab salah. Untuk itu, penelitian ini fokus mengkaji penyebab kesulitan mahasiswa Pendidikan matematika dalam memecahkan masalah modus tollens valid dan masalah modus tollens tidak valid. Hal tersebut diharapkan mengurangi dampak pada belajar logika matematika siswa sekolah menengah karena mahasiswa Pendidikan matematika merupakan calon guru matematika. Bentuk umum modus tollens adalah sebagai berikut ini (Gillies, 2019; Rohilla, 2021; Sukirman, 2019; Usó-Doménech & Nescolarde-Selva, 2019).

$p \rightarrow q$	( premis 1 )
$\underline{-q}$	( premis 2 )
$-p$	( kesimpulan )

Gambar 1. Bentuk Modus Tollens

Gambar 1.1 di atas merupakan bentuk umum modus tollens. Premis 1 atau pernyataan 1 yang berbentuk  $p \Rightarrow q$  merupakan bentuk implikasi dan dibaca jika  $p$  maka  $q$ . Sementara premis 2 atau pernyataan 2 yang berbentuk  $\sim q$  merupakan ingkaran atau negasi dari pernyataan  $q$  yang memiliki nilai kebenaran berlawanan. Secara keseluruhan premis 1 dan premis 2 dihubungkan dengan kata dan

sehingga dibaca jika  $p$  maka  $q$  dan negasi  $q$ . Kesimpulan dari hal tersebut adalah negasi atau ingkaran  $p$  yang disimbolkan  $\sim p$ .

Hasil studi pendahuluan mengindikasikan bahwa dalam belajar modus tollens, kesulitan mahasiswa terjadi karena dipicu oleh keyakinan yang dimiliki bertentangan dengan konsep logika matematika atau sebaliknya. Peneliti menemukan dua kasus yang menunjukkan kesulitan itu saat studi pendahuluan. Pertama, modus tollens yang valid namun bertentangan dengan keyakinan adalah pemicu terjadinya kesulitan tersebut. Kedua, modus tollens yang tidak valid namun sesuai dengan keyakinan juga menjadi sumber utama kesulitan mahasiswa. Berikut ini adalah masalah modus tollens yang diberikan kepada mahasiswa saat studi pendahuluan.

Diketahui di dunia ini seseorang hanya dapat mengalami perasaan sedih atau bahagia saja namun tidak sekaligus keduanya. Pilihlah satu diantara opsi A atau opsi B yang menurutmu benar. Berikan alasanmu!	
Ops A	Ops B
Premis 1: jika anak kecil bahagia maka Dia menangis Premis 2: anak kecil tidak menangis Kesimpulan: anak kecil sedih	Premis 1: jika anak kecil bahagia maka Dia menangis Premis 2: anak kecil tidak menangis Kesimpulan: anak kecil bahagia

Saat studi pendahuluan, mahasiswa diberi permasalahan di atas. Mahasiswa diminta memilih satu diantara opsi A atau opsi B yang dianggap benar dengan memberi alasan. Opsi A merupakan modus tollens yang valid namun bertentangan dengan keyakinan mahasiswa. Sementara opsi B merupakan modus tollens yang tidak valid namun sesuai dengan keyakinan mahasiswa. Berikut ini adalah jawaban salah satu mahasiswa.

<b>Ops B</b>
Alasan:  Tidak mungkin anak kecil menangis saat bahagia. Jadi kalau anak kecil tidak menangis maka anak kecil bahagia

*Gambar 2 Jawaban Mahasiswa*

Berdasarkan jawaban pada Gambar 2 di atas, Peneliti melakukan penelusuran lebih lanjut dengan wawancara. Berikut ini adalah Wawancara 1 yang menelusuri hal tersebut.

- Peneliti* : Kenapa anak kecil tidak mungkin menangis saat bahagia?  
*Mahasiswa* : memang tidak ada Pak  
*Peneliti* : bagaimana Kamu tahu?  
*Mahasiswa* : selama ini Saya tidak pernah menemui yang seperti itu

*Wawancara 1 Penelusuran Indikasi Kesulitan Mahasiswa*

Gambar 2 dan pernyataan yang digaris bawahi pada Wawancara 1 di atas menunjukkan indikasi kesulitan mahasiswa dalam memecahkan masalah modus tollens. Berdasarkan dua hal itu, mahasiswa terindikasi menghasilkan jawaban salah karena keyakinan. Keyakinan mahasiswa adalah anak kecil tidak pernah menangis saat bahagia. Keyakinan tersebut dihasilkan dari pengalaman empiris mahasiswa dalam kehidupan sehari-hari. Dalam belajar, hal seperti ini dapat menghambat keberhasilan belajar mahasiswa pada konsep logika matematika terutama modus tollens. Untuk itu, penelitian ini bertujuan mengkaji secara mendalam terhadap peran keyakinan dalam berpikir memecahkan masalah modus tollens mahasiswa.

**METODE**

Bagian ini membahas secara detail metode penelitian. Hal-hal yang dibahas dibagian ini diantaranya adalah jenis dan pendekatan penelitian, subjek penelitian, data dan sumber data, instrumen penelitian, prosedur pengumpulan data, teknik Analisa data, dan prosedur penelitian.

***Jenis dan Pendekatan Penelitian***

Penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan jenis studi kasus. Kasus yang dikaji dalam penelitian ini tergolong kasus kolektif. Kajian kasus kolektif atau kasus jamak adalah kajian yang dilakukan terhadap kasus yang lebih dari satu. Hal itu terjadi karena subjek penelitian ini lebih dari satu dan hasil kajian digunakan untuk melengkapi teori yang sudah ada, yaitu teori dual proses. Setiap subjek mengalami peristiwa yang unik. Dengan kata lain, setiap subjek mengalami peristiwa yang berbeda-beda walaupun masalah yang dipecahkan sama. Lebih dari itu, kasus yang dikaji dalam penelitian ini adalah kasus yang berdampak fundamental terhadap belajar matematika mahasiswa.

### **Subjek Penelitian**

Subjek penelitian ini merupakan subjek dari satuan analisa individu. *Sample universe* dari penelitian ini adalah dua kelas mahasiswa Pendidikan matematika. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa Pendidikan matematika yang telah mempelajari konsep logika matematika. Persyaratan demikian diberikan karena keyakinan hanya dapat mempengaruhi sistem 1 ketika informasi yang diproses berkaitan langsung maupun tak langsung dengan pengalaman belajar. Mahasiswa Pendidikan matematika yang menjadi subjek penelitian ini berasal dari Universitas Muhammadiyah Kotabumi dan Universitas PGRI Banyuwangi.

Pemilihan *sample universe* subjek menggunakan prinsip eksklusif, yaitu tidak ada irisan peristiwa antar subjek. Penelitian ini fokus mengkaji berpikir subjek, karena itu berdasarkan prinsip eksklusif tidak ada berpikir subjek yang saling beririsan atau dapat dikatakan berpikir setiap subjek berbeda. Banyaknya subjek penelitian ini adalah tiga.

### **Rubrik Indikator**

Rubrik indikator untuk mengukur proses mental subjek penelitian ini disusun dalam format tabel. Rubrik indikator merupakan *applied theory* dalam penelitian ini, yaitu peran keyakinan dalam berpikir mahasiswa ketika memecahkan masalah modus tollens. Rubrik indikator ini disusun berdasarkan *grand theory*, *middle theory*, dan hasil studi pendahuluan.

Tabel 1. Rubrik Indikator

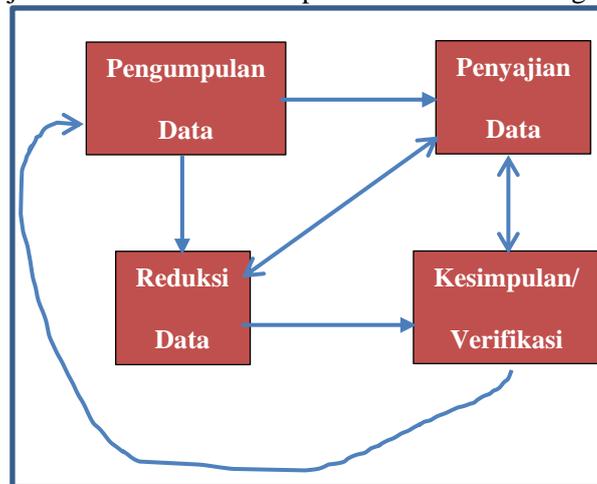
Kategori Proses Mental	Makna	Indikator
<i>Logic beyond belief</i>	memberikan alasan tanpa pengaruh keyakinan dan menghasilkan jawaban benar	1. Memilih opsi A 2. Menyatakan kesimpulannya adalah negasi dari pernyataan anak kecil Bahagia 3. Menyatakan kesimpulannya adalah anak kecil sedih 4. Menggunakan bentuk modus tollens valid sebagai landasan dalam memilih opsi
<i>Belief surrounds thinking 1</i>	memberikan alasan berdasarkan keyakinan dan menghasilkan jawaban benar	1. Memilih opsi A 2. Menyatakan bahwa ada kemungkinan anak kecil tidak menangis saat sedih berdasarkan pengalaman sehari-hari
<i>Belief surrounds thinking 2</i>	memberikan alasan berdasarkan keyakinan dan menghasilkan jawaban salah	1. Memilih opsi B 2. Menyatakan bahwa jika anak kecil tidak menangis maka anak kecil bahagia berdasarkan pengalaman sehari-hari

### **Data dan Prosedur Pengumpulan Data**

Data penelitian ini adalah jawaban tertulis subjek, hasil rekaman *think out loud*, dan hasil rekaman wawancara terhadap subjek penelitian. Prosedur pengumpulan data ini dilakukan dalam beberapa tahap. Tahap pertama pengumpulan data dilakukan saat subjek memecahkan masalah modus tollens. Pengumpulan data saat subjek memecahkan masalah modus tollens dilakukan dengan alat rekam audio visual yang telah dipaparkan sebelumnya. Tahap kedua pengumpulan data dilakukan setelah subjek memecahkan masalah modus tollens. Pada tahap kedua itu pengumpulan data dilakukan melalui wawancara.

### Teknik Analisa Data

Teknik Analisa data yang digunakan dalam penelitian ini adalah teknik analisa data model interaktif. Berikut ini disajikan teknik analisa data penelitian ini dalam bagan.



Gambar 3. Model Analisa Data Interaktif

Analisa data penelitian ini dilakukan sejak pengumpulan data saat studi pendahuluan. Analisa data studi pendahuluan digunakan untuk merumuskan masalah dan memperbaiki atau menyempurnakan instrumen penelitian. Kemudian, pengumpulan data penelitian dilakukan dengan pemberian masalah modus tollens kepada subjek. Data yang terkumpul kemudian direduksi, yaitu data yang tidak diperlukan tidak digunakan. Reduksi data dilakukan dengan bersamaan dengan triangulasi data, yaitu pemaduan data dari sumber data berbeda. Karena itu, data yang tidak padu tidak digunakan.

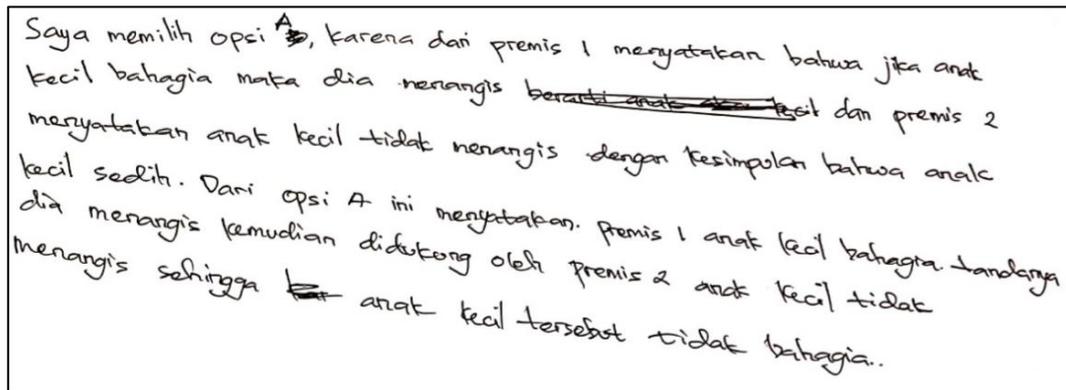
Pemaduan data dilakukan pada setiap subjek dan antar subjek hingga dihasilkan data jenuh. Data jenuh terjadi saat tidak ada temuan baru atau data baru. Pemaduan data pada setiap subjek dilakukan terhadap data yang berupa jawaban tertulis, hasil rekaman wawancara, dan hasil rekaman *think out loud*. Hasil dari pemaduan ketiga jenis data tersebut dibandingkan dengan data subjek yang lain hingga data jenuh. Setelah data jenuh, data disajikan dengan paparan yang detail. Paparan tersebut disajikan dengan interpretasi teori-teori yang relevan dan interpretasi Peneliti. Bagian akhir dari paparan data adalah kesimpulan. Jika kesimpulan yang dihasilkan dianggap tidak sesuai dengan teori atau hasil penelitian lain maka Peneliti Kembali melakukan pengumpulan data.

### HASIL

Hasil penelitian yang dipaparkan meliputi beberapa kategori proses mental yaitu, *logic beyond belief*, *belief surrounds thinking 1*, dan *belief surrounds thinking 2*. Paparan data dari setiap kategori proses mental tersebut diwakili oleh data dari satu subjek penelitian. Dengan demikian, ada tiga subjek yang dipaparkan datanya di bagian ini.

#### *Logic Beyond Belief*

Subjek 1 terkategori ke dalam proses mental *logic beyond belief* saat memecahkan masalah modus tollens. Subjek 1 merupakan subjek yang menghasilkan jawaban benar dan memberikan alasan benar. Jawaban Subjek 1 merupakan hasil evaluasi terhadap jawaban yang dihasilkan dengan pengaruh keyakinan. Gambar 3 di bawah ini adalah jawaban Subjek 1.



Saya memilih opsi ~~A~~, karena dari premis 1 menyatakan bahwa jika anak kecil bahagia maka dia menangis ~~berarti anak kecil~~ dan premis 2 menyatakan anak kecil tidak menangis dengan kesimpulan bahwa anak kecil sedih. Dari opsi A ini menyatakan. Premis 1 anak kecil bahagia tandanya dia menangis kemudian didukung oleh premis 2 anak kecil tidak menangis sehingga ~~anak~~ anak kecil tersebut tidak bahagia.

Gambar 4. Jawaban Subjek 1

Gambar 4 di atas mengungkap bahwa Subjek 1 memilih opsi A. Namun, sebelum opsi A dipilih, Subjek 1 memilih opsi B. Hal tersebut terungkap melalui pernyataan yang digarisbawahi pada Wawancara 2 di bawah ini. Lebih jauh, hal tersebut dilakukan karena Subjek 1 menganggap opsi A lebih sesuai dengan pengetahuan matematisnya. Berikut ini adalah Wawancara 2 yang mengungkap hal itu.

- Peneliti : kenapa ini dicoret?  
Subjek 1 : tadi saya pilih opsi B Pak, lalu ganti opsi A  
Peneliti : kenapa kok ganti?  
Subjek 1 : Saya pikir-pikir benar yang A  
Peneliti : bagaimana opsi bisa Kamu pilih sebelumnya?  
Subjek 1 : karena saya sesuaikan dengan pengalaman pribadi Pak\*

Wawancara 2 Penelusuran Proses Mental Subjek 1

Sementara itu, pernyataan yang ditandai \* pada Wawancara 2 di atas mengungkap bahwa opsi B dipilih sebelum opsi A karena dianggap sesuai dengan pengalaman pribadi Subjek 1. Lebih lanjut, berdasarkan Gambar 4 Subjek 1 memberikan alasan bahwa premis 1 yaitu anak kecil bahagia dan ditandai dengan menangis sebagai dasar menarik kesimpulan. Kemudian, Subjek 1 menyatakan premis 2 anak kecil tidak menangis mendukung premis 1. Dengan demikian, Subjek 1 menyimpulkan anak kecil tersebut tidak bahagia. Gambar 4 di atas mengindikasikan keyakinan Subjek 1 terkontrol dalam proses menghasilkan jawaban. Untuk itu, Wawancara 3 di bawah ini dilakukan untuk mengkaji indikasi tersebut lebih mendalam.

- Peneliti : Kenapa pilih opsi A?  
Subjek 1 : karena sesuai dengan premisnya Pak  
Peneliti : bagaimana maksudmu?  
Subjek 1 : premis 1 itu dasarnya untuk kesimpulan

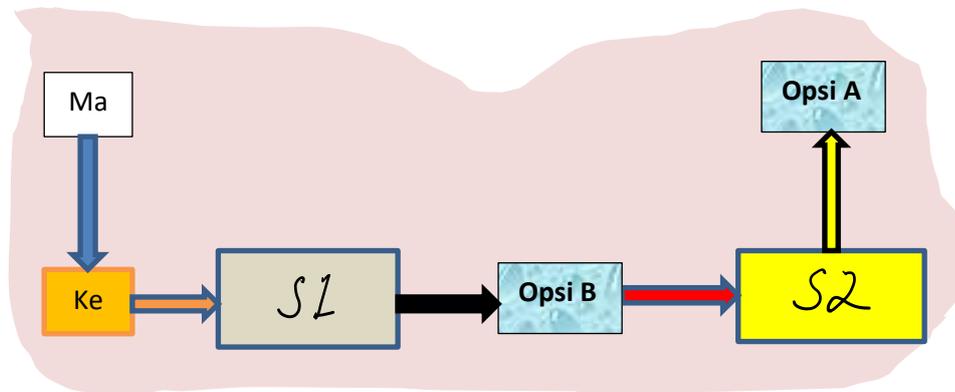
Wawancara 3. Penelusuran Proses Mental Subjek 1

Pernyataan yang digarisbawahi pada Wawancara 3 di atas menunjukkan bahwa Subjek 1 melakukan control terhadap keyakinannya dalam pemecahan masalah modus tollens. Subjek 1 menganalisa masalah dan mendeteksi bentuk modus tollens valid. Subjek 1 tidak memecahkan masalah secara intuitif dengan keyakinan. Dengan kata lain, sistem 2 dominan dalam pemecahan masalah Subjek 1. Penelusuran dilakukan kembali melalui Wawancara 4 di bawah ini.

- Peneliti : bagaimana dengan opsi B?  
Subjek 1 : menurut saya salah Pak  
Peneliti : kenapa kok salah?  
Subjek 1 : karena tidak sesuai dengan premis-premisnya  
Peneliti : di kehidupan nyata lebih sesuai yang mana?  
Subjek 1 : bisa jadi B Pak  
Peneliti : kenapa tidak pilih itu saja?  
Subjek 1 : tidak sesuai aturan pak\*

Wawancara 4. Penelusuran Sistem 2

Pernyataan yang digarisbawahi pada Wawancara 4 di atas menegaskan bahwa sistem 1 aktif dan terintervensi oleh sistem 2 sedemikian hingga dihasilkan jawaban. Subjek 1 menyatakan bahwa opsi B tidak sesuai aturan karena kesimpulan pada opsi B tidak sesuai dengan premis 1 dan premis 2. Lebih jauh, Subjek 1 menyatakan opsi B tidak sesuai aturan. Hal itu terungkap melalui pernyataan yang ditandai \* pada Wawancara 4 di atas. Berikut ini adalah skema mental Subjek 1 dalam memecahkan masalah modus tollens.



Gambar 5. Skema Mental Subjek 1

Tabel 2. Keterangan Gambar 5

Kode	Makna
Ma	Masalah modus tollens
Ke	Keyakinan Subjek 1 yaitu anak kecil menangis jika sedih
S1	Sistem 1
Ops B	Hasil sistem 1, yaitu opsi B
S2	Sistem 2 yaitu mengevaluasi opsi B
Ops A	Hasil sistem 2, yaitu opsi A
	Dari masalah kekeyakinan
	Dari keyakinan ke sistem 1
	Dari sistem 1 ke hasil sistem 1
	Dari hasil sistem 1 ke sistem 2
	Dari sistem 2 ke hasil sistem 2

### Belief Surrounds Thinking 1

Subjek 2 merupakan subjek yang proses mentalnya tergolong *belief surrounds thinking 1* saat memecahkan masalah modus tollens. Subjek 2 memilih opsi yang benar yaitu opsi A namun alasannya salah. Berikut ini adalah jawaban Subjek 2.

opsi B  
~~opsi B~~  
 alasan: karena anak kecil akan menangis jika merasakan sedih, ketika sedih anak kecil akan ~~tidak~~ menangis. ~~anak kecil~~ ~~tidak~~ ~~menangis~~  
 Menginterpretasikan dengan

Gambar 5. Jawaban Subjek 2

Gambar 5 di atas menunjukkan bahwa Subjek 2 menghasilkan jawaban berdasarkan keyakinannya yang sifatnya subjektif. Subjek 2 menyatakan bahwa ada kemungkinan anak kecil menangis saat bahagia. Berikut ini adalah Wawancara 5 untuk mengkaji lebih dalam proses mental Subjek 2.

Peneliti : coba jelaskan jawabanmu  
 Subjek 2 : menurut Saya opsi A benar Pak

Peneliti : *kenapa opsi A kok benar?*  
 Subjek 2 : *karena anak kecil bisa saja menangis saat bahagia*  
 Peneliti : *bagaimana Kamu tahu?*  
 Subjek 2 : *saat kecil Saya mengalami. Selain itu, saya juga punya dua adik yang mengalami itu juga*

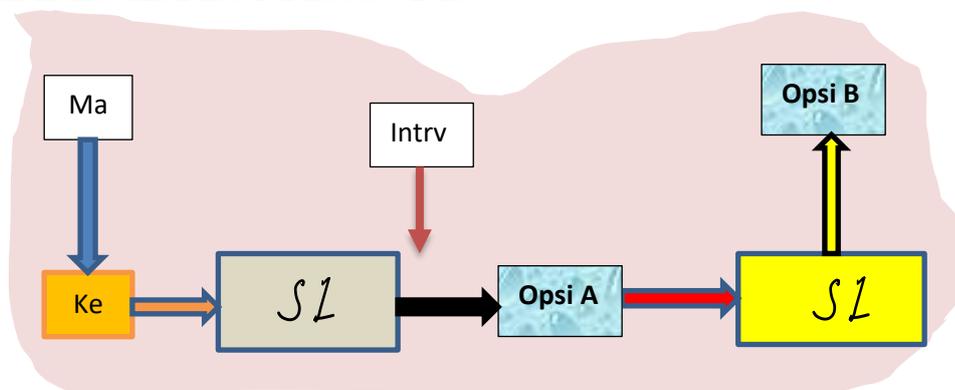
*Wawancara 5. Penelusuran Proses Mental Subjek 2*

Pernyataan yang digarisbawahi pada Wawancara 5 di atas mengungkap bahwa opsi A dipilih Subjek 2 secara subjektif. Opsi A merupakan opsi yang tidak jadi dipilih oleh Subjek 2 dan mengganti jawaban dengan opsi B. Dalam memilih opsi A, keyakinan Subjek 2 mendominasi dalam pemecahan masalah modus tollens dan mengaktifkan sistem 1. Subjek 2 memberikan alasan pemilihan opsi A berdasarkan pengalaman empiris yang diinternalisasi sedemikian hingga menjadi keyakinan. Penelusuran dilanjutkan melalui Wawancara 6 berikut ini.

Peneliti : *bagaimana dengan opsi B?*  
 Subjek 2 : *tidak Pak*  
 Peneliti : *kenapa kok tidak? Coba Kamu baca lagi opsi B!*  
 Subjek 2 : *ohiya Pak B betul*  
 Peneliti : *bagaimana maksudmu?*  
 Subjek 2 : *ternyata yang benar itu opsi B*  
 Peneliti : *kenapa tadi memilih opsi A?*  
 Subjek 2 : *kurang cermat membaca opsi B tadi pak*

*Wawancara 6. Pendalaman Proses Mental Subjek 2*

Pernyataan yang digarisbawahi pada Wawancara 6 di atas mengungkap perubahan opsi yang dipilih Subjek 2 dari opsi A menjadi opsi B. perubahan pemilihan opsi itu diinisiasi oleh pertanyaan Peneliti. Pertanyaan tersebut merupakan faktor utama perubahan jawaban tersebut. Akan tetapi, alasan yang dihasilkan Subjek 2 tetap, yaitu alasan yang sifatnya subjektif empiris. Dengan demikian, diketahui bahwa opsi A itu dipilih karena opsi B tidak dicermati oleh Subjek 2. Berikut ini adalah skema mental Subjek 2 dalam memecahkan masalah modus tollens.



Gambar 6. Skema Mental Subjek 2

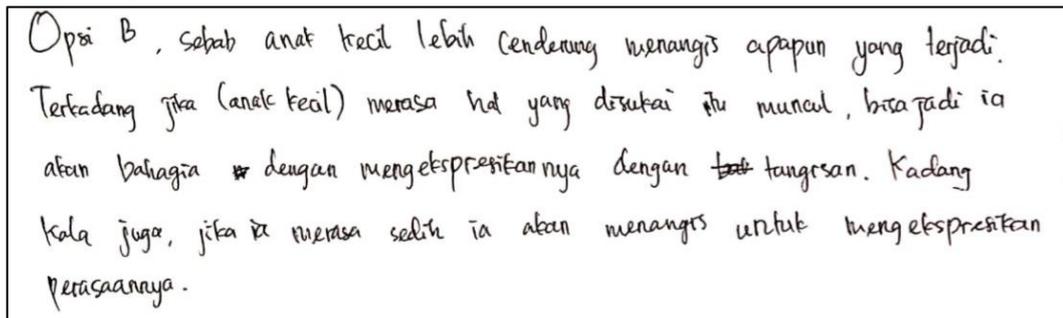
Tabel 3. Keterangan Gambar 6

Kode	Makna
Ma	Masalah modus tollens
Ke	Keyakinan Subjek 1 yaitu anak kecil menangis jika sedih
S1	Sistem 1
Ops B	Hasil sistem 1, yaitu opsi B
S2	Sistem 2 yaitu mengevaluasi opsi B
Ops A	Hasil sistem 2, yaitu opsi A
Intrv	Pertanyaan Peneliti
	Dari masalah kekeyakinan
	Dari keyakinan ke sistem 1

Kode	Makna
	Dari sistem 1 ke hasil sistem 1
	Dari hasil sistem 1 ke sistem 2
	Dari sistem 2 ke hasil sistem 2
	Dari pertanyaan Peneliti ke jawaban Subjek 2

### Belief Surrounds Thinking 2

Subjek 3 merupakan subjek yang proses mentalnya tergolong *belief surrounds thinking 2* saat memecahkan masalah modus tollens. Subjek 3 memilih opsi B dengan alasan yang salah. Berikut ini adalah jawaban Subjek 3.



Gambar 6. Jawaban Subjek 3

Gambar 6. di atas menunjukkan bahwa Subjek 3 menghasilkan jawaban berdasarkan keyakinannya yang sifatnya subjektif. Subjek 3 menyatakan bahwa opsi B adalah kenyataan yang diyakini benar terjadi di kehidupan nyata sehari-hari. Berikut ini adalah Wawancara 7 untuk mengkaji lebih dalam proses mental Subjek 3.

- Peneliti : kenapa Kamu pilih opsi B?  
 Subjek 2 : menurut Saya opsi B benar Pak  
 Peneliti : kenapa kok benar?  
 Subjek 2 : **karena anak kecil bisa saja menangis saat sedih atau bahagia**  
 Peneliti : bagaimana Kamu tahu?  
 Subjek 2 : Saya tahu biasanya seperti itu anak kecil\*  
 Peneliti : kenapa tidak pilih kalau Kamu bilang anak kecil juga bisa menangis saat bahagia?  
 Subjek 2 : Saya bingung Pak  
 Peneliti : bagaimana maksudmu?  
 Subjek 2 : **sebenarnya menurut Saya dua-duanya benar**

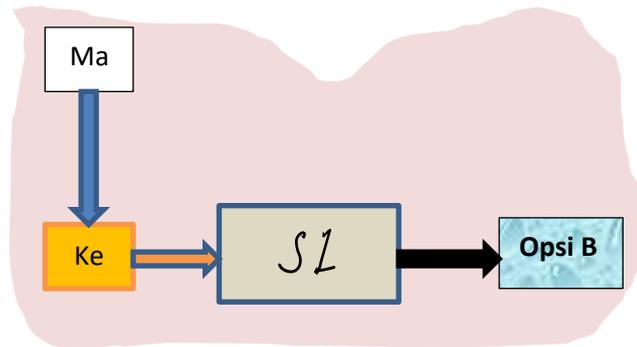
#### Wawancara 7. Penelusuran Proses Mental Subjek 2

Pernyataan yang dicetak tebal pada Wawancara 7 di atas menunjukkan bahwa jawaban Subjek 3 dihasilkan berdasarkan keyakinan yang memicu aktivasi sistem 1. Subjek 3 menyatakan bahwa opsi A maupun opsi B sama-sama benar. Pilihan Subjek 3 terhadap opsi B dilakukan secara acak. Lebih jauh, pernyataan tersebut dilandasi pengalaman empiris Subjek 3. Hal itu terungkap melalui pernyataan yang ditandai \* pada Wawancara 7 di atas. Penelusuran dilakukan kembali melalui Wawancara 8 di bawah ini.

- Peneliti : mengapa kedua opsi itu menurutmu benar?  
 Subjek 3 : **pada kenyataannya dua-duanya dapat terjadi Pak**

#### Wawancara 8. Penelusuran Proses Mental Subjek 2

Pernyataan yang dicetak tebal pada Wawancara 8 di atas mengungkap bahwa sistem 2 Subjek 3 tidak terlibat sama sekali dalam menghasilkan jawaban masalah modus tollens. Lebih lanjut, keyakinan yang dimiliki Subjek 3 mengaktivasi sistem 1 saja. Berikut ini adalah skema mental Subjek 3 dalam menghasilkan jawaban masalah modus tollens.



Gambar 9. Skema Mental Subjek 3

Tabel 4 Keterangan Gambar 9

Kode	Makna
Ma	Masalah modus tollens
Ke	Keyakinan Subjek 3 yaitu anak kecil dapat menangis saat sedih atau bahagia
S1	Sistem 1
Ops B	Hasil sistem 1, yaitu opsi B
	Dari masalah keyakinan
	Dari keyakinan ke sistem 1
	Dari sistem 1 ke hasil sistem 1

## PEMBAHASAN

Bagian ini membahas temuan penelitian yaitu proses mental yang terkategori ke dalam *logic beyond belief*, *belief surrounds thinking 1*, dan *belief surrounds thinking 2*. Proses mental *logic beyond belief* terjadi karena sistem 2 aktif dalam pemecahan masalah modus tollens. Sistem 2 ini mengantisipasi keyakinan mendominasi berpikir dalam pemecahan masalah modus tollens. Hal demikian terjadi karena sistem 2 merupakan proses mental dengan karakteristik akurasi-empiris dan proses menyadari (Darmawan et al., 2020b, 2020a, 2021). Proses mental akurasi-empiris atau proses akurasi-empiris adalah proses mental dalam menghasilkan akurasi solusi masalah melalui langkah-langkah empiris (Darmawan et al., 2020b, 2021). Sementara itu, proses menyadari adalah proses mental dalam menghasilkan solusi masalah melalui pencocokkan karakteristik suatu informasi dengan pengalaman belajar atau dengan informasi lainnya (Ackerman & Thompson, 2017; Borodin, 2016; Darmawan et al., 2021; Durning et al., 2015).

Pada proses mental *logic beyond belief*, sistem 1 tidak aktif sedemikian hingga dihasilkan solusi atau jawaban masalah modus tollens itu. Dengan kata lain, sistem 2 mengeliminasi peluang aktivasi sistem 1. Faktor utama terjadinya hal tersebut adalah proses menyadari. Informasi-informasi pada masalah modus tollens dicocokkan dengan pengalaman belajar terkait penarikan kesimpulan valid. Pengalaman belajar bentuk argumen valid dijadikan dasar dalam pengambilan kesimpulan dari premis-premis yang diberikan. Hal ini melengkapi teori Trippas et al., (2016) yang merekomendasikan untuk mengkaji lebih dalam mengenai faktor yang mengeliminasi aktivasi sistem 1 dalam pemecahan masalah.

Sementara itu kajian terhadap proses mental *logic beyond belief* dengan teori level *feeling of rightness* (FOR) yang diformulasikan oleh Darmawan et al., (2020b) menunjukkan bahwa proses mental ini terjadi karena level FOR rendah. Level FOR rendah diindikasikan dengan keyakinan yang lemah terhadap jawaban spontan yang pertama kali dihasilkan setelah memahami permasalahan (Ackerman & Thompson, 2017; Pennycook et al., 2017; Reyna, 2015). Level FOR rendah menginduksi berpikir analitis. Lebih jauh, berpikir analitis merupakan representasi dari sistem 2 (Darmawan, 2017, 2020; Darmawan et al., 2020a, 2021; De Neys, 2018).

Proses mental *belief surrounds thinking 1* merupakan proses mental yang menunjukkan dominasi keyakinan terhadap berpikir dalam menghasilkan solusi atau jawaban masalah modus tollens. Proses

mental ini menghasilkan jawaban benar, yaitu memilih opsi A namun alasan yang dihasilkan salah. Keyakinan yang digunakan dalam memutuskan memilih opsi merupakan keyakinan dari hasil internalisasi pengalaman empiris. Bahkan, pernyataan atau premis yang digunakan untuk mengambil kesimpulan bukanlah premis yang diberikan, yaitu premis 1 dan premis 2. Premis baru yang digunakan untuk mengambil kesimpulan adalah pendapat pribadi subjek. Pengalaman empiris berupa kejadian-kejadian yang pernah dialami digunakan untuk mengonstruksi premis baru. Kajian terhadap hal ini dengan teori level FOR menunjukkan bahwa sistem 1 aktif setelah permasalahan dipahami subjek. Sistem 1 itu aktif karena level FOR tinggi (Darmawan et al., 2020b). Subjek yakin dengan respon cepatnya sebagai solusi masalah modus tollens. Akibatnya, sistem 2 tidak aktif dan alasan yang dihasilkan salah.

Proses mental *belief surrounds thinking 2* juga menunjukkan dominasi keyakinan terhadap berpikir dalam menghasilkan jawaban masalah modus tollens. Proses mental ini merepresentasikan aktivasi sistem 1 dalam menghasilkan jawaban yang mengeliminasi peluang aktifnya sistem 2. Berdasarkan teori level FOR, subjek yang tergolong dalam proses mental *belief surrounds thinking 2* memiliki level FOR tinggi. Keyakinan benar terhadap opsi yang dipilih, yaitu opsi B dan juga alasan yang dihasilkan itu tinggi. Level FOR tinggi inilah yang tidak memberi kesempatan sistem 2 aktif. Alasan yang diberikan dalam mendukung pemilihan opsi B merupakan pendapat yang sifatnya subjektif.

## SIMPULAN & SARAN

Bagian ini memaparkan simpulan penelitian dan saran. Saran yang dipaparkan dibagian ini meliputi saran untuk penelitian lanjut dan saran untuk dosen Pendidikan matematika.

### Simpulan

Karakteristik proses mental *logic beyond belief* adalah memilih opsi A, menyatakan kesimpulannya adalah negasi dari pernyataan anak kecil bahagia, menyatakan kesimpulannya adalah anak kecil sedih, dan menggunakan bentuk modus tollens valid sebagai landasan dalam memilih opsi. Karakteristik proses mental yang terkategori ke dalam *belief surrounds thinking 1* adalah memilih opsi A dan menyatakan bahwa ada kemungkinan anak kecil tidak menangis saat sedih berdasarkan pengalaman sehari-hari. Sementara itu, karakteristik proses mental yang terkategori ke dalam *belief surrounds thinking 2* adalah memilih opsi B dan menyatakan bahwa jika anak kecil tidak menangis maka anak kecil bahagia berdasarkan pengalaman sehari-hari.

### Saran

Berikut ini adalah saran untuk penelitian lanjutan.

1. Penelitian terkait bentuk argumen valid selain modus tollens perlu dilakukan untuk mengetahui berpikir dan keyakinan mahasiswa.
2. Penelitian terhadap faktor-faktor yang dapat mengaktivasi sistem 2 perlu dilakukan.
3. Penelitian terhadap karakteristik struktur masalah yang mengaktivasi sistem 1 atau sistem 2 perlu dilakukan untuk mengoptimalkan belajar pemecahan masalah mahasiswa.

Sementara itu, saran untuk dosen Pendidikan matematika adalah sebagai berikut ini.

1. Dosen Pendidikan matematika perlu mengevaluasi aktifitas belajar dan pembelajaran logika matematika sedemikian hingga diketahui konsep-konsep yang sulit dikuasai mahasiswa.
2. Dosen Pendidikan matematika memberi pembelajaran yang intensif terkait argumen dan penarikan kesimpulan yang valid.

## DAFTAR RUJUKAN

- Ackerman, R., & Thompson, V. (2017). Meta-Reasoning : Monitoring and Control of Thinking and Reasoning Meta-Reasoning : Monitoring and Control of Thinking and Reasoning Acknowledgments. *Trends in Cognitive Sciences*, 21(8), 607–617.



- <https://doi.org/10.1016/j.tics.2017.05.004>
- Bago, B., & De Neys, W. (2017). Fast logic ?: Examining the time course assumption of dual process theory. *Cognition*, 158, 90–109. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2016.10.014>
- Borodin, A. (2016). The Need for an Application of Dual-Process Theory to Mathematics Education. *Cambridge Open-Review Educational Research e-Journal*, 3, 1–31.
- Darmawan, P. (2017). Berpikir Analitik Mahasiswa Dalam Mengonstruksi Bukti Secara Sintaksis. *JPM : Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(2), 154. <https://doi.org/10.33474/jpm.v2i2.196>
- Darmawan, P. (2020). Students Analytical Thinking in Solving Problems of Polygon Areas. *Kontinu: Jurnal Penelitian Didaktik Matematika*, 4(1), 17. <https://doi.org/10.30659/kontinu.4.1.17-32>
- Darmawan, P., Purwanto, P., Parta, I. N., & Susiswo, S. (2020a). *Interaksi Dual Proses dalam Menyelesaikan Masalah Segibanyak Siswa Sekolah Dasar*. Universitas Negeri Malang.
- Darmawan, P., Purwanto, P., Parta, I. N., & Susiswo, S. (2021). Teacher Interventions to Induce Students ' Awareness in Controlling their Intuition. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 35(70), 745–765. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a10>
- Darmawan, P., Purwanto, Parta, I. N., & Susiswo. (2020b). The levels of students' feeling of rightness (for) in solving polygon perimeter problems. *International Journal of Instruction*, 13(2), 549–566. <https://doi.org/10.29333/iji.2020.13238a>
- De Neys, W. (2018). *Dual Process Theory 2.0* (First). Routledge.
- Durning, S. J., Dong, T., Artino, A. R., & Schuwirth, L. (2015). Dual processing theory and experts ' reasoning : exploring thinking on national multiple-choice questions. *Perspectives on Medical Education*, 4(4), 168–175. <https://doi.org/10.1007/s40037-015-0196-6>
- Gillies, D. (2019). *Serendipity and Mathematical Logic*. April.
- Handley, S. J., & Trippas, D. (2015). Dual Processes and the Interplay between Knowledge and Structure : A New Parallel Processing Model. In *The Psychology of Learning and Motivation* (Vol. 62). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/bs.plm.2014.09.002>
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- NCTM. (2009). *Reasoning and Sense Making*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Nugroho, P. B., Nusantara, T., Rahman As, A., Sisworo, Hidayanto, E., & Susiswo. (2018). Critical Thinking Disposition: Students Skeptic in Dealing with Ill-Logical Mathematics Problem. *International Journal of Instruction*, 11(3), 635–648. <https://doi.org/10.12973/iji.2018.11343a>
- Pennycook, G., Ross, R. M., Koehler, D. J., & Fugelsang, J. A. (2017). to recognize incompetence Dunning – Kruger effects in reasoning : Theoretical implications of the failure to recognize incompetence. *Psychonomic Bulletin & Review*, 24(6), 1774–1784. <https://doi.org/10.3758/s13423-017-1242-7>
- Podnieks, K. (2017). *Introduction to Mathematical Logic Hyper-textbook for students University of Latvia*. August 2016.
- Reyna, V. F. (2015). How People Make Decisions That Involve Risk. *Current Directions in Psuychological Science*, 13(2), 60–66.
- Rohilla, D. (2021). *Mathematical Logic Behind a Magic Trick*. May, 0–2.
- Sukirman. (2019). *Matematika*. PT. Gramedia.
- Trippas, D., Thompson, V. A., & Handley, S. J. (2016). When fast logic meets slow belief : Evidence for a parallel-processing model of belief bias. *Memory & Cognition*. <https://doi.org/10.3758/s13421-016-0680-1>
- Usó-Doménech, J. L., & Nescolarde-Selva, J. A. (2019). Mathematical Logic of Notions and Concepts. *Foundations of Science*, 24(4), 641–655. <https://doi.org/10.1007/s10699-019-09604-9>